



### Zadaci

1. Bankomat razmjenjuje novčanice: *dublone* u *pistole* i obrnuto. Dublon vrijedi  $s$  pistola, a pistol  $\frac{1}{s}$  dublona ( $s$  nije nužno cijeli broj). Moguće je u bankomat ubaciti po volji mnogo novčanica jedne vrste i dobiti novčanice druge vrste. Dobiveni iznos se zaokružuje na najbliži cijeli broj (ako su dva cijela jednako blizu, odabire se veći).

- (a) Je li moguće nakon nekoliko mijenjanja dublona u pistole i obrnuto posjedovati više dublona nego na početku? (2 boda)
- (b) Ako je odgovor na prethodno pitanje da, je li moguće ponavljanjem postupka ponovno povećati broj dublona? (3 boda)

2. Dijagonale konveksnog četverokuta  $ABCD$  su međusobno okomite i sijeku se u točki  $O$ . Zbroj polumjera kružnica upisanih trokutima  $AOB$  i  $COD$  jednak je zbroju polumjera kružnica upisanih trokutima  $BOC$  i  $DOA$ . Dokažite:

- (a)  $ABCD$  je tangencijalni četverokut (2 boda)
- (b)  $ABCD$  je simetričan s obzirom na jednu od svojih dijagonala (3 boda)

3. Policijska se postaja nalazi uz autocestu koja se proteže do beskonačnosti u oba smjera. Lopov je ukrao stari policijski automobil. Maksimalna brzina starog policijskog automobila jednaka je 90% maksimalne brzine novog policijskog automobila. Nakon nekog vremena, krađa je uočena i policajac u novom automobilu kreće u potjeru. On ne zna kada je automobil ukraden niti na koju se stranu lopov odvezao. Može li ga ipak uhvatiti? (5 bodova)

4. Na  $n \times n$  ploči povučeno je  $n - 1$  horizontalnih i isto toliko vertikalnih linija i ona je tako podijeljena na  $n^2$  pravokutnih polja. Polja su obojana šahovski. Jedna je dijagonala crna i svih  $n$  polja na njoj su kvadrati. Dokaži da ukupna površina svih crnih polja nije manja od ukupne površine svih bijelih polja. (5 bodova)

5. Održava se boksački turnir po sustavu *gubitnik ispada*. Boksa se samo u jednom ringu (jedna borba za drugom). Broj prethodnih pobjeda boksača u jednoj borbi razlikuje se najviše za 1. Koliko najviše borbi mora proći pobjednik turnira? (5 bodova)

Ukupan rezultat računa se na temelju tri najbolje riješena zadatka.

Bodovi pojedinih dijelova istog zadatka se zbrajaju.