

Međunarodni matematički Turnir gradova

Juniori, O-dio, proljeće 2011.

1. i 2. razredi

5. ožujka 2011.



MLADI NADARENI MATEMATIČARI
Marin Getaldić



Zadaci

1. Brojevi $1, 2, \dots, 2010$ raspoređeni su u krug u nekom redoslijedu. Ako bismo između susjednih brojeva postavili znakove nejednakosti, pojavljivali bi se naizmjenice $>$ i $<$. Dokaži da je razlika nekih dvaju susjednih brojeva paran broj. (3 boda)
2. Pravkutnik je podijeljen na 121 pravokutno polje tako da je opseg 111 polja cijeli broj. Dokaži da je i opseg preostalih deset polja cijeli broj. (4 boda)
3. Duljina odraslog crva je 1 metar. Ako je crv odrastao, moguće ga je prerezati na dva dijela (bilo kojeg omjera duljina). Tako od jednog nastaju dva crva koji odmah počinju rasti brzinom od jednog metra po satu. Kada crv naraste do 1 metra duljine, prestaje rasti (i smatra se odraslim). Je li moguće od jednog odraslog crva dobiti 10 njih u manje od sat vremena? (5 bodova)
4. Dan je konveksni četverokut. Bilo koja dijagonala dijeli ga na dva jednakokračna trokuta. Dvije dijagonale dijele ga na četiri jednakokračna trokuta. Je li taj četverokut nužno kvadrat? (5 bodova)
5. Patuljci su zatočili viteza koji je zmaju oteo princezu. Ipak, prije izručenja zmaju, odlučili su vitezu dati priliku za spas: dobio je 100 novčića od kojih je 50 magičnih (samo patuljci znaju koji su to). Svakog dana vitez razdvaja novčiće na dvije (ne nužno jednako velike) hrpice. Ako one sadrže jednak broj magičnih novčića ili jednak broj običnih novčića, patuljci će osloboditi viteza. Može li vitez biti siguran da će izići na slobodu ako je do izručenja ostalo:
 1. 50 dana (2 boda)
 2. 25 dana (3 boda)

Ukupan rezultat računa se na temelju tri najbolje riješena zadatka.

Bodovi pojedinih dijelova istog zadatka se zbrajaju.