

Međunarodni matematički Turnir gradova

Seniori, O-dio, proljeće 2011.

3. i 4. razredi

5. ožujka 2011.



MLADI NADARENI MATEMATIČARI
Marin Getaldić



Zadaci

1. Stranice konveksnog poliedra su slični trokuti. Dokažite da taj poliedar ima dva para međusobno sukladnih stranica. (3 boda)
2. Duljina odraslog crva je 1 metar. Ako je crv odrastao, moguće ga je prerezati na dva dijela (bilo kojeg omjera duljina). Tako od jednog nastaju dva crva koji odmah počinju rasti brzinom od jednog metra po satu. Kada crv naraste do 1 metra duljine, prestaje rasti (i smatra se odraslim). Je li moguće od jednog odraslog crva dobiti 10 njih u manje od sat vremena? (4 boda)
3. Sto bijelih kamenčića raspoređeno je u krug. Dan je prirodan broj $k \leq 50$. U svakom potezu, odaberemo k uzastopnih kamenčića od kojih su prvi i zadnji bijeli, te obojamo ta dva rubna kamenčića u crno. Za kakve k je moguće u konačnom broju poteza obojati sve kamenčiće u crno? (4 boda)
4. Okomice iz četiri raličita vrha peterokuta na nasuprotne stranice sijeku se u jednoj točki. Dokažite da i okomica iz petog vrha prolazi istom točkom. (5 bodova)
5. U nekoj zemlji ima sto gradova i neki broj cesta. Svaka cesta spaja dva grada i ceste se ne sijeku. Koristeći te ceste moguće je iz bilokojeg grada doći u svaki drugi grad te države. Dokažite da je moguće označiti neke ceste kao glavne, tako da iz svakog rada vodi neparan broj glavnih cesta. (5 bodova)

Ukupan rezultat računa se na temelju tri najbolje riješena zadatka.