

## Međunarodni matematički Turnir gradova

Juniori, O-dio, jesen 2010.

1. i 2. razredi

16. listopada 2010.



MLADI NADARENI MATEMATIČARI  
Marin Getaldić



### Zadaci

1. U beskonačnoj tablici množenja istaknut je pravokutnik neparnih duljina stranica čija su rubna polja obojena šahovski, naizmjenice crnom i bijelom bojom. Dokažite da je suma brojeva upisanih u crna polja jednaka sumi brojeva u bijelim poljima. (4 boda)
2. Jednakokrani trapez opisan je oko kružnice. Dokažite da simetrala njegovog tupog kuta dijeli površinu trapeza na dva jednaka dijela. (U ovom zadatku trapez je četverokut koji ima jedan par međusobno paralelnih stranica, ali nije paralelogram.) (4 boda)
3. Kocka je stavljena na šahovsku ploču dimenzija  $8 \times 8$  (njezina donja strana podudara se s nekim poljem). Kotrljanjem preko svojih bridova, kocka je prošla sva polja na ploči (neka možda i više puta). Je li moguće da postoji strana kocke koja ni u jednom trenutku nije bila dolje? (4 boda)
4. U nekoj školi više od 90% učenika zna engleski i njemački i više od 90% učenika zna engleski i francuski. Dokažite da više od 90% učenika koji znaju njemački i francuski, također zna i engleski. (4 boda)
5. Krajevi  $N$  tetiva dijele kružnicu na  $2N$  lukova jedinične duljine. Svaka tetiva dijeli kružnicu na dva luka parne duljine. Dokažite da je  $N$  paran. (4 boda)

*Ukupan rezultat računa se na temelju tri najbolje riješena zadatka.*

*Bodovi pojedinih dijelova istog zadatka se zbrajaju.*