

# Kvanta Olympiad 2021.

## KVANTA

### JUNIORSKA KATEGORIJA

1. Napisano je osam devetki zaredom:

9 9 9 9 9 9 9 9.

Između nekih od njih smjesti samo znakove  $+$  za zbrajanje i  $\times$  za množenje tako da vrijednost dobivenog izraza bude 9999. (Nije nužno iskoristiti oba znaka. Kao i obično, znamenke jedna za drugom bez znakova između njih predstavljaju broj s tim znamenkama.)

2. Ukupna dob Viktorijine kćeri i dva sina jednaka je njezinoj dobi. Za nekoliko godina ukupna dob dvojice sinova bit će jednaka Viktorijinoj dobi. Koliki će biti omjer godina kćeri tada i danas?
3. Lijena Anica podijelila je dužinu  $\overline{AB}$  na 20 jednakih dijelova i svakog od njih nazvala *velikim*. Marljivi Toni je tu istu dužinu podijelio na 2019 jednakih dijelova i svakog od njih nazvao *malenim*. Kažemo da je maleni dio dužine *dobar* ako je smješten unutar jednog od velikih dijelova. Koliko ima dobrih dijelova dužine?
4. U memoriji računala AD-2000 bio je spremljen neki broj. Taj broj imao je više od milijun znamenki. U nekom trenutku računalo je započelo s provođenjem sljedećih operacija: uzme broj koji ima spremljen u memoriji, podijeli ga na dva manja broja (tj. podijeli njegov dekadski prikaz na dva dijela), zbroji dva tako dobivena broja i njihovim zbrojem zamijeni polazni broj u svojoj memoriji. Na taj je način računalo u nekom trenutku broj u svojoj memoriji promijenilo u 666 i zatim se pokvarilo jer ga je dotaknuo neki student računarstva. Je li moguće da je svaki od brojeva koji su u nekom trenutku bili u memoriji računala bio bez nule u svom dekadskom prikazu?
5. Anja i Borna igraju igru na  $15 \times 15$  ploči. Naizmjenice upisuju ili križić ili kružić u jedno od praznih mjesta (nema ograničenja da jedna osoba smije koristiti samo križiće ili samo kružiće). Anja igra prva. Igrač koji prvi postigne da su tri ista simbola zaredom u retku, stupcu ili na dijagonali je pobjednik. Ako se to ne dogodi, igra je neriješena. Postoji li pobjednička strategija za Anju?

6. Dana je  $10 \times 10$  ploča. Gabi je iz nje izrezala nekoliko *pluseva* (tj. oblika sastavljenih od 5 ćelija kao na slici ispod), podijelivši tako ploču na manje dijelove. Je li moguće tako dobivene dijelove razmjestiti tako da zajedno tvore neki broj pluseva? (Primjerice, spajanjem pravokutnika  $1 \times 2$  i tri kvadrata  $1 \times 1$  može se dobiti jedan plus.)

