



MLADI NADARENI MATEMATIČARI  
**Marin Getaldić**

# **Matematička konferencija za učenike 2025.**



**Kaštel Štafilić,  
15. - 20. 8. 2025.**

# Sadržaj

<b>1 Uvod</b>	<b>3</b>
1.1 O udruzi . . . . .	3
1.2 Povijest kampova . . . . .	4
1.3 O MatKo 2025. . . . .	5
<b>2 Projekti na Konferenciji</b>	<b>8</b>
2.1 O projektima . . . . .	8
2.2 Popis projekata . . . . .	8
2.2.1 Lagrangeova mehanika . . . . .	8
2.2.2 U očekivanju Markova . . . . .	13
<b>3 Prezentacije na Konferenciji</b>	<b>15</b>
3.1 Prezentacije učeničkih radova . . . . .	15
3.1.1 Sudoku i matematika . . . . .	16
3.1.2 Matematika radioaktivnog raspada . . . . .	20
3.1.3 Eliptične krivulje u kriptografiji . . . . .	24
3.1.4 Matematika u neuroznanosti . . . . .	25
3.1.5 Matematika Tindera . . . . .	26
3.2 Popularno-znanstveno predavanje . . . . .	28
3.2.1 Što može i treba raditi mladi nadareni matematičar	29
<b>4 Ostale aktivnosti</b>	<b>30</b>
<b>5 Zahvale</b>	<b>32</b>

# 1. Uvod

## 1.1. O udruzi

Već mnogo godina gimnazije u Hrvatskoj pripremaju mlade matematičare za natjecanja iz matematike, nudeći im razne mogućnosti, raznovrsna znanja te otvaranje vidika u sva područja matematike. Od raznih prilagodbi redovne nastave matematike te pripreme su polagano obuhvatile i druge oblike pripremanja učenika za natjecanja poput dodatnih nastava koje su održavali studenti i bivši natjecatelji, uglavnom u svojim završenim srednjim školama. U takvima vrstama priprema posebno su prednjačile zagrebačke XV. i V. gimnazija.

Školske godine 2008./2009. rodila se ideja ujedinjenja mentora mladih matematičara tih dviju gimnazija, a i svih ostalih najboljih matematičara u Hrvatskoj, u jednom velikom projektu unaprjeđenja priprema namijenjenih mladim matematičarima diljem Lijepe Naše.

Tako je nastala udruga Mladi nadareni matematičari "Marin Getaldić".

Udruga se u početku bavila samo organizacijom ljetnih kampova mladih matematičara i tjednih predavanja iz natjecateljskih tema u Zagrebu, no s vremenom se djelovanje Udruge proširilo i na druge aktivnosti poput organizacije zimskih škola, matematičkih konferencijskih radionica za učenike, gostovanja Udruge u ostalim hrvatskim gradovima, školama diljem Hrvatske u svrhu popularizacije matematike ili natjecateljskih predavanja, sudjelovanje na mnogim konferencijama, natjecanjima i sajmovima...



Sastanak na kojem se formirala Udruga

Danas je Udruga jedan od najvažnijih hrvatskih promotora matematike i organizator raznih aktivnosti namijenjenih mladim matematičarima željnim unaprjeđenja vlastitih matematičkih vještina, članovi Udruge dolaze iz dvadesetak različitih srednjih škola iz svih dijelova Hrvatske, a studiraju na desetak fakulteta širom svijeta.

O važnosti i ugledu Udruge svjedoče razna gostovanja matematičara iz svih krajeva svijeta kao mentora i predavača popularno-znanstvenih predavanja, velik broj prijava učenika na naše kampove, povjerena organizacija važnih međunarodnih natjecanja lokalno u Hrvatskoj, ali i samostalna organizacija matematičkog natjecanja "Europski matematički kup" u kojem sudjeluje više od 40 država diljem svijeta, a održava se već više od deset godina!

## 1.2. Povijest kampova

Ljetni kamp najveća je i najvažnija aktivnost u organizaciji udruge MNM "Marin Getaldić". Kamp obuhvaća tjedan dana aktivnosti namijenjenih mladim matematičarima koji nastoje ostvariti svoje matematičke ambicije i interes. Kampovi se održavaju od 2010. godine, izvrsna organizacija i višegodišnje iskustvo starijih mentorova omogućuju polaznicima Kampa sudjelovanje u raznim aktivnostima vezanima uz matematiku, a uz to uvijek ostaje vremena za zabavu i razonodu.



Ljetni kamp mlađih matematičara 2024.

Nakon nekoliko godina uspješne organizacije Ljetnih kampova, početkom 2014. godine održana je prva Zimska škola matematike u Domu Crvenog križa na Sljemenu. Zimska je škola tako slična Ljetnom kampu, iako manja, a na nju dolaze najbolji natjecatelji kako bi se pripremili za sezonu natjecanja iz matematike koja započinje školskim natjecanjem početkom drugog polugodišta.

Konačno, 2018. godine osmišljena je Matematička konferencija za srednjoškolce kao nenatjecateljska verzija Ljetnog kampa u kojoj projekti zauzimaju i jutro i popodne svakog dana. Nažalost, organizacija Konferencije zamrla je tijekom pandemije, no obnovljena je 2023. godine!



Jedan od ciljeva svih kampova je povezivanje mladih matematičara diljem Hrvatske te stvaranje novih prijateljstava i poznanstava među mlađima koji dijele isti interes. Stoga, uz matematičke, na kampovima se održavaju i razne aktivnosti koje omogućavaju druženje uz kvalitetno provedeno vrijeme, poput raznih sportova i društvenih igara.

## 1.3. O MatKO 2025.

Matematička konferencija za učenike 2025. održala se u Učeničkom domu Srednje škole "Braća Radić" Kaštel Štafilić od 15. do 20. kolovoza 2025. Na ovogodišnjoj konferenciji sudjelovali su učenici od završenog 1. do učenika završenog 4. razreda srednje škole iz cijele Hrvatske, različitog predznanja i natjecateljskog iskustva.

Teško je prisjetiti se kako je sve to izgledalo sad već davne 2018. godine na prvoj matematičkoj konferenciji u organizaciji naše Udruge. Nažalost, zbog mnogih čimbenika, MatKO je svoje drugo izdanje čekao čak pet godina, no zato se nadamo da je ovogodišnjim izdanjem utemeljena i tradicija ove aktivnosti!

Proteklih nekoliko godina primijetili smo povećanje broja učenika koji se prijavljuju na Ljetni kamp, a u prijavi navode da ih zanimaju i druga STEM područja i primjena matematike. Osim toga, kroz popularizacijske radionice koje držimo već dulji niz godina u školama diljem Hrvatske primijetili smo sve veći broj učenika koji su zainteresirani za primjenu matematike, ali nisu za natjecateljsku matematiku. Zato smo 2023. godine odlučili ponovno održati Matematičku konferenciju, a s obzirom na uspjeh protekle dvije godine i interes, svoje novo izdanje konferencija je dobila i ovo ljeto.

Također, potaknuti izlaganjima i radionicama na "pravim" konferencijama, dajemo priliku učenicima da prezentiraju svoj rad ostalim sudionicima Konferencije. Ideja iza samostalnih radova je da se učenici prije Konferencije upoznaju s nekom temom koja im je zanimljiva, a zatim na Konferenciji naučeno prezentiraju ostalima. Više detalja o tome može se pronaći i u [Uputama za prijavu](#) za ovogodišnju Matematičku konferenciju.

Ove je godine Konferencija trajala pet noćenja, u odnosu na četiri noćenja 2023. godine za koja su svi sudionici smatrali prekratkim za kvalitetnu razmjenu znanja i iskustava. Ujutro su učenici imali priliku raditi na projektu primjene matematike u drugim znanostima, a popodne su mogli čuti predavanja svojih vršnjaka, dok su večeri bile rezervirane za nešto manje matematičke aktivnosti. Za učenike smo ove godine pripremili i nešto novo, timsko natjecanje *Znanstvena debata* na kojem su, podijeljeni na dva tima, odmjeravali snage rješavajući zabavne i izazovne zadatke vezane uz matematiku u STEM znanostima. Potom je na test došla njihova snalažljivost i taktika, budući da su suprotni tim morali izazvati na rješavanje određenog zadatka.

*Atmosfera je bila opuštena i bio je super balans projekata, aktivnosti i slobodnog vremena. Teme projekata su također bile zanimljive.*

RASPORED AKTIVNOSTI - Matematička konferencija za učenike 2025.					
petak 15.8.	subota 16.8.	nedjelja 17.8.	ponedjeljak 18.8.	utorok 19.8.	srijeda 20.8.
07:00					
08:00		DORUČAK	DORUČAK	DORUČAK	DORUČAK
09:00					
10:00					
11:00		PROJEKT		PROJEKT	PROJEKT
12:00			PROJEKT		ODLAZAK
13:00		RUČAK	RUČAK	RUČAK	RUČAK
14:00	DOLAZAK				
15:00	Sudoku i matematika Radioaktivni raspod	Eliptične krivulje u kriptografiji			PROJEKT - izrada prezentacije
16:00	PZ - Josip Pupić Što može i treba raditi mlađi nadareni matematičar	Matematika u neuroznanosti Matematika Tinder	ZNANSTVENA DEBATA		
17:00	Team building i Escape room				
18:00					
19:00	VEĆERA	VEĆERA	VEĆERA	VEĆERA	VEĆERA
20:00					
21:00	Otvaranje konferencije Estimathon	Kako biti znanstvenik?	Milijunaš		Prezentacije projekata i zatvaranje konferencije
22:00			PPT karaoke		
23:00					
00:00					

## Mentori

(redom na slici)

Lucija Relić  
Matej Vojvodić  
Simeon Stefanović  
Ivan Premuš  
Mislav Plavac  
Martin Vrbovčan



*Mentori su bili zaista dostupni za sve i mislim da je njihov odnos s učenicima bio odličan. Uspjeli su stvoriti jednu stvarno zabavnu i chill atmosferu, a opet nije bilo kaosa.*

*Svi su bili odlični, jako dragi i ljubazni. Mogli smo im reći za bilo koji problem koji se dogodio i oni bi se potrudili pomoći nam. Jako je bilo korisno pričati s njima i čuti iskustva o fakultetima i poslovima i uvijek su bili voljni odvojiti vrijeme i podijeliti savjete.*

## 2. Projekti na Konferenciji

### 2.1. O projektima

Prijepodneva na Konferenciji bila su rezervirana za rad na projektima (ukupno 14 sati) u grupama od 4 ili 5 učenika koji su podijeljeni interesima. Na projektima su učenici od mentora čuli neke nove zanimljive stvari koje su potom zajedničkim snagama pokušali primijeniti na konkretnim problemima. Svaki učenik sudjelovao je na jednom projektu, a na ovogodišnjoj su Konferenciji bila ponuđena sveukupno dva projekta.

### 2.2. Popis projekata

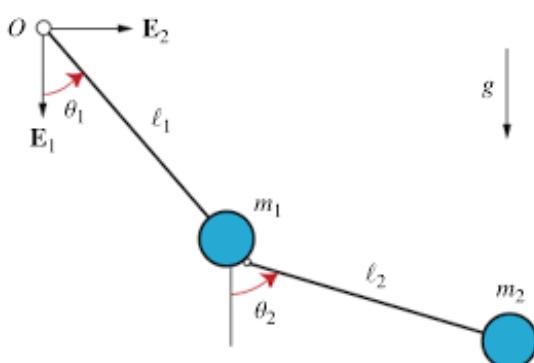
#### 2.2.1. Lagrangeova mehanika

Mentori: Mislav Plavac, Ivan Premuš

*Jako sam zadovoljan projektom. Pohađao sam Lagrangeovu mehaniku. Predavači su jako dobro objasnili stvari fakultetske razine koje nije uvijek jednostavno objasnitи na srednjoškolskoj razini. Pokušali su odgovoriti na sva pitanja koja su postavili učenici i bilo im je vrlo važno da shvatimo ono što predaju, što bih rekao da su uspjeli. Imam osjećaj da sam puno naučio i drago mi je što sam odabrao ovaj projekt.*

#### Motivacijsko pitanje

Ovaj projekt smo započeli dvama zanimljivim pitanjima. Prvo pogledali smo jednostavno matematičko njihalo i pokušali opisati kretanje tijela na njihalu. S obzirom na to da smo već to radili na nastavi u školi primijenili smo svoje znanje iz fizike kako bismo riješili problem.



Slika 2.1: Njihalo s dvama tijelima

Vrlo brzo smo shvatili da ovo neće biti lagan problem i da klasičnom Newtonovom mehanikom bi bilo praktički nemoguće ovo opisati. I tako zaintrigirani problemom postavljenim pred nama započeli smo naše putovanje.

No, tada su nam mentor Ivan Premuš i Mislav Plavac postavili jedno malo komplikiranije pitanje. Što ako bismo na to naše jednostavno nijihalo dodali još jedno tijelo pričvršćeno za prijašnje tijelo.

## Prvi i drugi dan

Kako bismo bili opremljeni potrebnim znanjima za rješavanje zadataka, prvi dan projekta bavili smo se osnovama o derivacijama i integralima. Rješavali smo neke jednostavnije zadatke i, znajući da smo spremni, krenuli smo dalje. Drugi dan smo išli malo dalje od srednjoškolskog znanja o ovoj temi i bavili se parcijalnim derivacijama te diferencijalnim jednadžbama. Iako u početku nismo odmah razumjeli primjenu ovih pojmove, nakon par zadataka stekli smo bolje shvaćanje o tim apstraktnijim dijelovima matematike.

## Treći dan

Sada smo bili spremni za treći dan koji je započeo malo više filozofskom temom. Zaključili smo da je priroda malo "lijena" iliti u pravilu uvijek pokušava uzeti put najmanje akcije. Tako smo mi pokušali naći taj "put" pomoću najbolje funkcije, ali u početku nismo ni bili sigurni što nam funkcija radi niti kako ćemo mi naći tu optimalnu funkciju. Ali svejedno smo krenuli dalje. S obzirom na to da se bavimo problemima iz područja fizike, smisleno nam je bilo da naša optimalna funkcija ima tri varijable: vrijeme, položaj (izražen kao funkcija vremena) te brzinu (izraženu kao derivaciju funkcije vremena). Pomoću raznih tehniki koje smo koristili

tijekom samog definiranja derivacija i integrala opisivali smo tu našu optimalnu funkciju, mijenjali je, pojednostavljivali i još uz malu pomoć ove leme:

### Lema 2.2.1: Fundamentalna lema varijacijskog računa

Neka je  $f \in C([a, b])$ . Ako za svaku funkciju  $g \in C([a, b])$  vrijedi

$$\int_a^b f(x) g(x) dx = 0,$$

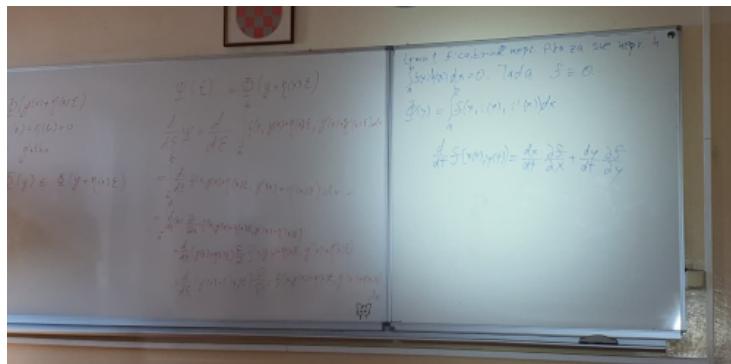
onda je  $f \equiv 0$  na  $[a, b]$ .

Došli smo do jednadžbe koja je središte cijelog našeg projekta, one koja će nam omogućiti da riješimo mnoge zadatke iz fizike koristeći samo osnovna znanja iz tog područja. Dobili smo Euler-Lagrangeovu jednadžbu:

### Teorem 2.2.2: Euler-Lagrangeova jednadžba

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

Gdje je  $L$  naša funkcija tri varijable,  $t$  prva varijabla (u našem slučaju vrijeme),  $q_i$  druga varijabla (u našem slučaju funkcija vremena) te  $\dot{q}_i$  treća varijabla (kod nas derivacija funkcije vremena)

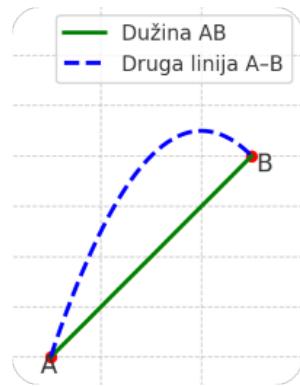


Slika 2.2: dio dokaza Euler-Lagrangeove jednadžbe

S ovime smo završili treći dan i s mnogo pitanja i ambicija čekali smo četvrti dan.

## Četvrti dan

I tako je nažalost došao zadnji dan ovog projekta kada smo napokon prešli na rješavanje problema iz fizike. Prvo smo krenuli s nečim očitim. Svi učimo u prvom osnovne da najkraći put između dvije točke jest dužina. Očito, jelda? Pa nije baš toliko očito za dokazati. Koristeći naše novodobiveno znanje o Euler-Lagrangeovoj jednadžbi pokazali smo uz malo muke da to stvarno vrijedi.



Izražavajući Langrangeian kao razliku između kinetičke i potencijalne energije omogućili smo si da dobijemo mnoge rezultate na području fizike. Prvo smo povezali Euler-Lagrangeovu jednadžbu s jednim od najosnovnijih zakona Newtonove mehanike  $F = ma$ . Tako smo pokazali da se ovom metodom može doći i do takvih zaključaka koji čine temelj znanja iz fizike koje učenici usvoje tijekom svog srednjoškolskog obrazovanja. Kako je već i prije bilo rečeno, glavna motivacija za korištenje Lagrangea u fizici jest kako bismo mogli opisati položaj i kretanje nekog tijela i pratiti kako se ono mijenja tijekom vremena.

$$\Rightarrow F = m\ddot{r}$$

$$T = \frac{1}{2}m(l^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}mr\dot{r}^2$$

$$= \frac{1}{2}m(l^2 + r^2) + \frac{1}{2}mr^2\dot{r}^2$$

$$= \frac{1}{2}m(-m)\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2\dot{r}^2$$

$$U = Mg r_M = Mg(r - l)$$

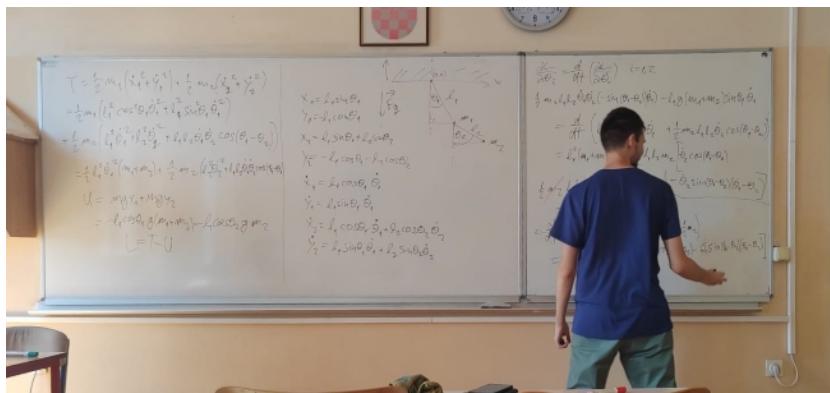
$$L = T - U = \frac{1}{2}m(l^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}mr^2\dot{r}^2 - Mg(r - l)$$

$$\left[ \frac{\partial L}{\partial r} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right] \Rightarrow \left[ \frac{1}{2}m(l^2 + r^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2r - Mg = \frac{d}{dt} (mr^2\dot{r}) \right] \left[ m\dot{r}^2 - mg = (mr^2)\ddot{r} \right]$$

Slika 2.3: Bilješke za ovaj zadatak

Sve u svemu ovo nas je pripremilo za zadnji zadatak 4. dana. Vjerovatno već znate koji. Tako je!, vratili smo se skroz na početak prvog dana kako bismo riješili problem njihala s dvama tijelima. Problem nam se još uvijek doimao teškim, ali kad smo krenuli zapisivati stvari i kad smo

primijenili Lagrangeovu jednadžbu vidjeli smo da problem tada postaje puno jednostavniji i tako smo ga puno lakše riješili. Problem koji nam je prije dana izgledao nemoguć za riješiti, "relativno" lagano se raspao. Vrlo zadovoljni ovim rezultatom završili smo četvrti dan, a tako i cijeli projekt.



Slika 2.4: Mentor Mislav rješava zadnji zadatak

## Završne riječi

Ukratko, na ovom projektu smo naučili kako se određenim matematičkim formulama i pristupima mogu rješavati zahtjevniji zadaci iz fizike. Započeli smo sa samim osnovama potrebnim za razumijevanjem projekta. Nakon toga smo izveli Euler-Langrangeovu jednadžbu koja je bila središnja misao cijelog projekta. Na kraju smo je iskoristili kako bismo mogli riješiti razne zadatke i iz matematike i iz fizike. Iz ovog projektaizašli smo s mnogo novih znanja, malo iz fizike, puno više iz matematike. S obzirom na to da su puno sudionika ovog projekta bili i maturanti, ovaj projekt im je dao i uvid u neke stvari koje se rade na matematičkoj analizi na fakultetu, čime su dobro izgradili predznanje za taj predmet. Na kraju želimo zahvaliti mentorima Ivanu i Mislavu na odlično izvedenom projektu. Puno su nas toga naučili i nadamo se da ćemo moći sudjelovati i na još njihovih projekata.

## 2.2.2. U očekivanju Markova

**Mentori:** Simeon Stefanović, Martin Vrbovčan

*Pohađala sam projekt vezan uz računarstvo. Projektom sam poprilično zadovoljna. Bilo je dosta teško, ali mislim da je upravo zato bilo i korisno jer se dalo puno toga naučiti. Pre-davači su bili super.*

Na ovogodišnjoj matematičkoj konferenciji naš projekt bio je posvećen Markovljevim lancima i njihovoj primjeni u modeliranju redova čekanja, što govori i naziv projekta kao igra riječi na dramu U očekivanju Godata. Krenuli smo od samih temelja vjerojatnosti jer je za razumijevanje ovih procesa nužno poznavati osnovne pojmove. Najprije smo se upoznali sa slučajnim varijablama te načinom na koji one opisuju neizvjesne ishode. Potom smo definirali osnovne pojmove poput očekivane vrijednosti i disperzije jer one kvantitativno opisuju opća obilježja slučajnih varijabli. Očekivana vrijednost opisuje prosječni ishod pokusa ako bismo ga beskonačno puta ponavljali, dok disperzija govori o raspršenosti vrijednosti oko tog prosjeka.

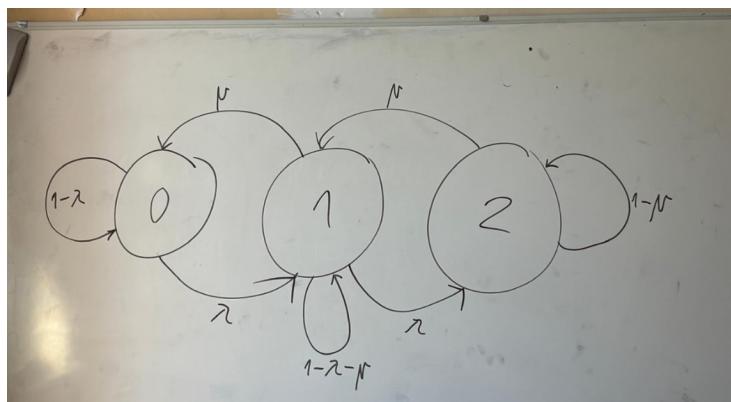
Nakon toga proučavali smo poznate diskretne i kontinuirane distribucije koje se često koriste u modeliranju stvarnih pojava. Upoznali smo geometrijsku i binomnu distribuciju koje se vežu uz broj pokušaja do uspjeha, odnosno broj uspjeha u konačnom broju pokusa. Spominjali smo i normalnu distribuciju kao distribuciju kojoj mnogi stvari procesi teže. Posebno smo se osvrnuli i na Poissonovu distribuciju koja se koristi za modeliranje rijetkih događaja, primjerice dolazaka kupaca ili putovanja kapi kiše u određenom vremenskom intervalu. Analizirajući ove distribucije, uočili smo njihova osnovna svojstva i karakterizirali u kojim situacijama se svaka od njih pojavljuje.

Kada smo postavili temelje, prešli smo na samu teoriju Markovljevih lanaca. Markovljevi lanci predstavljaju posebnu klasu procesa u kojima buduće stanje ovisi samo o sadašnjem stanju, a ne i o prošlosti. Ova "svojstva bez pamćenja" čine ih izrazito pogodnima za modeliranje mnogih procesa u prirodi i društву. Upoznali smo se i s poviješću Markovljevih lanaca te kako ih je ruski matematičar Andrej Andrejevič Markov početkom 20. stoljeća uveo i primijenio u analizi jezika i književnih tekstova, čime je otvorio vrata jednoj sasvim novoj matematičkoj disciplini.

Kroz praktične primjere modelirali smo sustave poput frizerskih salona, gdje smo proučavali dolazak i odlazak klijenata, kao i sustave provođenja slobodnog vremena te kretanje kapljice vode. U tim primjerima

vidjeli smo kako se pomoću matrica prijelaza mogu opisati vjerojatnosti prelaska iz jednog stanja u drugo.

Osim toga, proučavali smo apsorpcijske i ergodične Markovljeve lance. Kod apsorpcijskih lanaca postoje stanja iz kojih se više ne izlazi, što je korisno u primjerima poput gašenja procesa ili završetka igre. S druge strane, ergodični lanci karakterizirani su stalnim kruženjem između stanja i vode do stacionarne raspodjele, koja opisuje dugoročno ponašanje sustava. Shvatili smo zašto su stacionarne raspodjele toliko važne – one omogućuju uvid u prosječne karakteristike sustava nakon što se “izgubi sjećanje” na početno stanje.



Slika 2.5: Markovljev lanac kao jednostavan model čekaonice s 2 mjesta

Posebnu pažnju posvetili smo redovima čekanja jer su oni iznimno važni u organizaciji poslovnih i uslužnih sustava. Modelirali smo sustav čekanja od 0 do 2 osobe, gdje smo analizirali vjerojatnosti zauzetosti i praznine sustava. Pomoću stacionarnog lanca stanja dobili smo prosječan broj osoba u redu, te smo se u konačnici i dotakli prosječnog vremena čekanja. Naše izračune, dobivene izračunom iz parametara lanca, potvrdili smo u stvarnosti s računalnom simulacijom. Povezali smo da iz našeg način modeliranja, iako jednostavan, izniču eksponencijalna i Poissonova razdioba. Time smo vidjeli u kojim situacijama je naš model primjenjiv.

## 3. Prezentacije na Konferenciji

### 3.1. Prezentacije učeničkih radova

Matematička konferencija naša je prva aktivnost na kojoj smo dali priliku i učenicima da nešto pripreme i prezentiraju. Kao i na "pravim" konferencijama, učenici su mogli prijaviti temu koju su potom detaljnije istražili i pripremili izlaganje. Na taj smjer način htjeli potaknuti učenike na samostalno istraživanje teme koja ih zanima, naravno uz ponuđenu pomoć i savjet mentora. Prezentacijom ostalim sudionicima dobili su vrijedno iskustvo javnog nastupa, ali i potencijalno potaknuli ostale sudionike za daljnje proučavanje teme.



Na ovogodišnjoj konferenciji sudionici su mogli čuti čak pet prezentacija učeničkih radova.

*Mislim da su se svi stvarno lijepo pripremili i da su izabrali vrlo zanimljive i poučne teme.*

### 3.1.1. Sudoku i matematika

*Iva Rabar*

Sudoku je matematička zagonetka čije je rješavanje temeljeno na logici. Radi se o tablici veličine  $9 \times 9$  u kojoj su zadani neki brojevi, a cilj je u svako prazno polje upisati jedan broj od 1 do 9 tako da se u svakom retku, stupcu i posebno označenom  $3 \times 3$  kvadratu svaki broj ponavlja točno jednom. Autor sudokua je Howard Garns, američki arhitekt koji je sudoku stvorio kao doradu Eulerovih latinskih kvadrata.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8				6		
8			6				3	
4		8		3				1
7			2			6		
	6				2	8		
		4	1	9			5	
		8			7	9		

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

Jednostavno rečeno, latinski kvadrati su kvadratne matrice za koje vrijedi da su elementi te matrice članovi nekog  $n$ -članog skupa (npr.  $N = \{1, 2, \dots, 9\}$ ) te se svaki od članova nalazi točno jednom u svakom retku i stupcu. Dakle, svaki sudoku je latinski kvadrat, ali zbog dodatnog pravila (da se brojevi ne ponavljaju u posebno označenom  $3 \times 3$  kvadratu) obrat ne vrijedi. Naime, B. Felgenhauer i F. Jarvis 2005. godine izračunali su da je samo 0.00012% latinskih kvadrata moguća sudoku zagonetka.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a & b & d & c \\ b & c & a & d \\ c & d & b & a \\ d & a & c & b \end{bmatrix}$$

Nadalje, zanimljivo je spomenuti da se procjenjuje da postoji

6 670 903 752 021 072 936 960

mogućih sudoku, odnosno 5472730538 bitno različitih sudokua. Bitno različiti podrazumijeva izmjene oznaka na istim pozicijama. Npr., ako zamijenimo jedinice i dvojke, zapravo smo dobili isti sudoku, ali smo ga drukčije označili.

Zanimljivo i dosta neistraženo područje je minimalni sudoku. On podrazumijeva sudoku zagonetku koja sadrži minimalan broj zadanih brojeva potrebnih za dobivanje jedinstvenog rješenja. Dokazano je da je moguće riješiti sudoku sa 17 zadanih brojeva, ali nije dokazano da ne postoji neki sudoku koji se može riješiti i sa samo 16. Suprotno tomu, najveći broj zadanih brojeva takav da sudoku nije rješiv, odnosno nema jedinstveno rješenje, je 77.

2								
				3	6			
4				1				
		8						
	3	5	1					
				4				
		4	2	7				
		9						
6	5				3			

4	3	5	2	6	9	7	8	1
6	8	2	5	7	1	4	9	3
1	9	7	8			5	6	2
8	2	6	1	9	5	3	4	7
3	7	4	6	8	2	9	1	5
9	5	1	7			6	2	8
5	1	9	3	2	6	8	7	4
2	4	8	9	5	7	1	3	6
7	6	3	4	1	8	2	5	9

S vremenom su se razvile različite metode rješavanja sudokua. Četiri osnovne metode su:

1. metoda eliminacije po redcima i stupcima
2. metoda pretraživanja redaka, stupaca i kvadrata
3. metoda pozicioniranja
4. metoda jednoznačno određenog broja.

Naravno, postoji još puno kompleksnijih metoda rješavanja, a kao posljednja metoda može poslužiti i metoda pokušaja i pogreške iako bi svaki sudoku trebao biti rješiv bez pogadanja.

S razvojem računala razvili su se i sudoku solveri. Postoje različite vrste, a za rješavanje sudokua obično koriste jedan od sljedeća dva načina:

1. "sirovu silu" (brute force), točnije backtracking
2. "propagaciju ograničenja" (constraint propagation).

Backtracking podrazumijeva da se u prvo prazno polje redom upisuju moguće opcije i nastavlja rješavanje dok ne dođe do kontradikcije. Ovaj se proces ponavlja dok se ne dođe do potpunog rješenja bez kontradikcija. Constraint propagation pak podrazumijeva da nakon postavljanja svakog novog broja program generira tablicu preostalih mogućih brojeva

u svakoj praznoj čeliji i uzima u obzir samo brojeve iz ove tablice. To značajno ubrzava proces rješavanja.

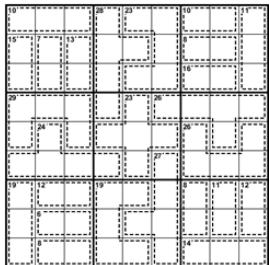
Problem bojenja grafova može se promatrati i kao problem bojenja grafova s 9 boja. Sudoku se može definirati kao tablica veličine  $n^2 \times n^2$  gdje je  $n = 3$ . Tada je broj vrhova  $n^4$ , tj. 81, a svako polje predstavlja vrh. Po formuli, svaki vrh ima  $3n^2 - 2n - 1$  „susjeda“, a broj bridova se određuje po formuli  $n^4(3n^2 - 2n - 1)/2$ , što znači da postoji 810 bridova. Svaki vrh može se odrediti uređenom trojkom  $(x, y, z)$  u kojoj  $x$  predstavlja redak,  $y$  stupac, a  $z$   $3 \times 3$  kvadrat u kojem se vrh nalazi. Brid postoji između dva različita vrha  $(x, y, z)$  i  $(x', y', z')$  ako i samo ako je ispunjen barem jedan od sljedećih uvjeta:

1.  $x = x'$  (nalaze se u istom retku)
2.  $y = y'$  (nalaze se u istom stupcu)
3.  $z = z'$  (nalaze se u istom  $3 \times 3$  kvadratu)

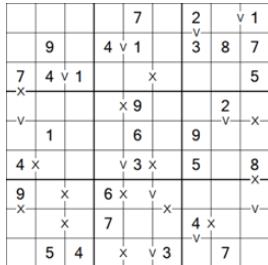
Glavni problem ovakvog rješavanja je što se povećanjem broja polja sudokua znatno produži vrijeme potrebno za dobivanje rješenja. Na kraju, postoje varijante sudokua u kojima je potrebno poznavanje aritmetičkih operacija kako bi ih se moglo riješiti.



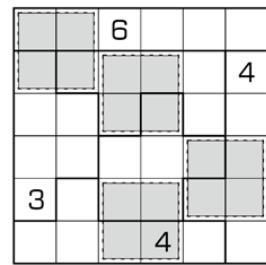
Primjeri takvih sudokua su killer sudoku koji uključuje zbrajanje, XV sudoku koji također uključuje zbrajanje te poznavanje rimskih brojeva, produkt na tabli koji podrazumijeva množenje i kendoku koji uključuje zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje. Osim toga, zanimljiv je i neboder sudoku jer se može vizualno prikazati. Naime, u ovoj varijanti svaki broj predstavlja visinu nebodera te viši neboder "skriva" niži.



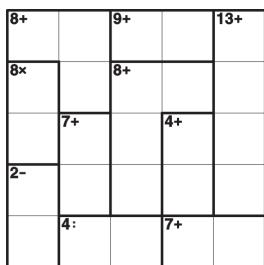
Slika 3.1: killer su-doku



Slika 3.2: XV sudoku



Slika 3.3: produkt na tabli



Slika 3.4: kendoku

3	3	2	4	3	1	2	4	3
4	1		3				6	2
2			9	6	5		7	2
5	4	6		8			5	3
4	6	1	4	7	8			
2	5					6	7	4
3		7	2	9	1			3
1		4		2	8	7	3	5
6		3	5		4		9	2
3	8				3	2	4	6
2	2	5	2	1	5	3	2	3

Slika 3.5: neboder

Iz svega navedenog da se zaključiti da sudoku sadrži puno više matematike nego što mnogi misle te da se ne radi samo o brojenju od 1 do 9.

## Literatura:

- [https://www.cs.virginia.edu/~robins/The\\_Science\\_Behind\\_SudoKu.pdf](https://www.cs.virginia.edu/~robins/The_Science_Behind_SudoKu.pdf)
  - [https://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku\\_solving\\_algorithms](https://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku_solving_algorithms)
  - <https://www.youtube.com/watch?v=miCYGGGrTwFU>
  - [https://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku\\_graph](https://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku_graph)
  - <https://www.mathos.unios.hr/~mdjumic/uploads/diplomski/GRE10.pdf>
  - <https://hrcak.srce.hr/file/354943>
  - Ž. Čulić – „Sudoku – od početnika do eksperta“
  - N. Sarapa, D. Sarapa – „Sudoku: od početnika do majstora: usavršite svoje vještine rješavanja sudokua“

### 3.1.2. Matematika radioaktivnog raspada

*Terezija Kikić i Zvonko Andrijević*

U ovom radu smo proučavali matematiku radioaktivnog raspada. Na početku rada smo rekli o čemu ćemo pričati i objasnili neke osnovne pojmove. Rekli smo da je radioaktivni raspad svaki proces u kojem dolazi do raspada atomske jezgre bez nekog vanjskog utjecaja.



Nakon toga pozabavili smo se matematičkim znanjima potrebnim za razumijevanje ovog rada. Glavna zvijezda su bile obične diferencijalne jednadžbe prvog reda. Pokazali smo metodu separacije kao jednu čestu metodu rješavanja takvih tipova jednadžbi te uz jedan primjer smo bili spremni za prelazak na glavni dio ovog rada. Nooo, prije toga smo pročili jednu zanimljivu stvar. Otvorili smo simulaciju raspada jedne velike molekule od puno jezgri atoma te gledali kako broj neraspadnutih jezgri korelira prođenom vremenu. Tu smo uočili dvije stvari. Prvo raspad jezgara nije predodređen proces. Svaka jezgra ima neku vjerojatnost  $p$  da će se raspasti, ali to ne znači da će se uvijek raspasti nakon istog vremena. Ovo nam znači da naš uzorak neće uvijek biti isti, ali ako promatramo sve jezgre zajedno možemo uočiti drugu stvar. Vrlo jasno smo vidjeli da graf ovisnosti broja neraspadnutih jezgara u ovisnosti o vremenu izgleda kao padajuća eksponencijalna funkcija. Zaintrigirani tom činjenicom pitali smo se možemo li odrediti tu funkciju. I odgovor je da DA, to možemo napraviti i tako smo prešli na glavni dio rada.

## Dobivanje rezultata

U nastavku je ukratko opisan proces dobivanja rezultata:

Pratimo promjenu količine neraspadnute tvari  $N$  tijekom nekog vremena  $t$ . Tu promjenu u fizici i matematici označavamo ovako:

$$\frac{dN}{dt}.$$

Nakon tog vremena  $t$  ostat ćemo s nekom količinom neraspadnutih čestica  $N$  tj.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N.$$

$\lambda$  je konstanta ovisna o elementu koja utječe na preostalu količinu neraspadnute tvari, a predznak je negativan jer se naša količina tvari smanjuje. Sada nam je jasno da je gornja jednadžba zapravo samo obična diferencijalna jednadžba prvog reda koju možemo riješiti metodom separacije varijabli. Laganim množenjem i dijeljenjem ova jednadžba postane:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt.$$

Integriramo obje strane

$$\int \frac{1}{N} dN = \int -\lambda dt.$$

Primjenjujući Newton-Leibnizovu formulu u granicama od  $N_0$ (početne količine tvari) do  $N$  dobivamo

$$\ln |N| \Big|_{N_0}^N = -\lambda t$$

$$\ln |N| - \ln |N_0| = \ln \left| \frac{N}{N_0} \right| = -\lambda t$$

Zagrada apsolutnih vrijednosti se možemo riješiti jer su nam vrijednosti pozitvne, a podizanjem obje strane jednadžbe na potenciju broja  $e$  dobivamo

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t},$$

iz čega izravno slijedi

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

I na ovaj način smo dobili formulu za količinu neraspadnute tvari  $N$  od početne tvari  $N_0$  nakon određenog vremena  $t$ .

## Primjena

Nakon što smo izveli ovu formulu pitali smo se kako je možemo primijeniti u stvarnom svijetu:

- Medicina: Prvi primjer primjene je bila medicina gdje se poznavanje radioaktivnosti i radioaktivnog raspada primjenjuje na različite načine. Nuklearna medicina, odnosno radiologija je dio medicine koji koristi radioaktivni raspad u svrhu dijagnosticiranja i liječenja raznih bolesti. U osnovi primjene radionuklida u medicini стоји činjenica da se spoj obilježen radioaktivnošću ponaša isto kao i neobilježen spoj pa unesen u organizam prati iste fiziološke putove, a kako je radioaktivan zrači ionizirajuće zračenje koje se pogodnim uređajima može detektirati. Jedan od najpoznatijih primjera korištenja radioaktivnosti u medicini je liječenje bolesti štitnjače radioaktivnim jodom, točnije izotopom jod-131. Štitnjača, koja i u normalnim uvjetima upija jod, ne razlikuje "obični" od radioaktivnog joda. Tako se radioaktivni izotop selektivno nakuplja upravo u bolesnoj štitnjači gdje njegovo zračenje uništava neželjene stanice iznutra. Uz to radioaktivni raspad koristi se i u scintigrafiji. Ta metoda koristi male količine radioaktivnog izotopa koji se vežu za određene organe te uz pomoć gama-kamere dobijemo funkcionalne slike tih organa. Manje poznata, ali važna primjena je i sterilizacija kirurških instrumenata i materijala pomoću zračenja. Ova metoda ubija sve bakterije i viruse. Prednost ove metode je visoka učinkovitost i mogućnost sterilizacije i predmeta koje se ne može ugrijati ili kuhati.
- Geologija: Poznavanje radioaktivnog raspada zapravo je vrlo korisno u geologiji za otkrivanje mnogih stvari o prošlosti Zemlje. Poznavanjem ove formule i korištenjem Geigerova brojača(sprave za mjerjenje količine radioaktivnosti), možemo saznati koliko su stari određeni slojevi stijena.Ovaj proces zove se radioaktivno datiranje. Za to koristimo koncentraciju nekih težih izotopa kao uranija u stijenama koje proučavamo. Znamo iz raznih istraživanja, otprilike kolika je bila početna količina izotopa, a sa Geigerovim brojačem možemo izmjeriti trenutnu količinu neraspadnutih jezgara tog izotopa pa vrlo laganim uvrštavanjem u formulu dobiti starost naše stijene. Na ovaj način možemo saznati kojim redom su se formirale naslage stijenja i kako se mijenjao sastav stijenja tijekom prošlosti Zemlje dajući nam uvid u mnoge događaje koji su se dogodili tijekom te duge prošlosti našeg planeta.

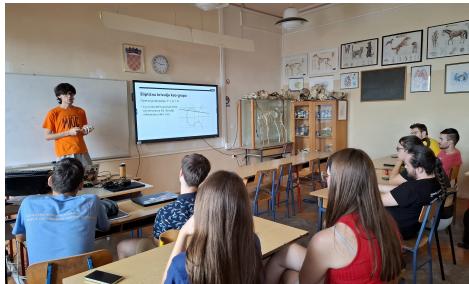
- Biologija: Zadnja primjena koju smo naveli bila je u biologiji. Vrlo slično kao i u geologiji, jedna bitna primjena jest radioaktivno datiranje. U ovom slučaju datiramo organske ostatke, tj. ostatke živih bića. Za to koristimo radiokativni ugljikov izotop  $^{14}\text{C}$ . Znamo da su njegove količine u atmosferi otprilike bile konstante pa na isti način kao i kod stijenja, uvrštavanjem u formulu lagano dobijemo koliko je star određeni fosil. Ovo je vrlo vrlo korisno u praćenju evolucije. Na ovaj način znamo kada su koje vrste živjeli te ih možemo poredati u neko evolucijsko stablo s obzirom na njihove karakteristike. Tako saznajemo puno o razvoju raznih vrsta, a tako i o razvoju čovjeka. Druga primjena u biologiji jest u obliku bioloških markera. Naime, mi možemo pratiti radioaktivne elemente kao  $^{14}\text{C}$  kada su dio raznih procesa kao fotosinteza ili prolazak krvi našim žilama. Nao vaj način pratimo naprimjer kako se ugljik kreće u takvim procesim, što nam daje uvid u to što se tu događa i kako različiti dijelovi i spojevi doprinose raznim funkcijama koje se događaju u živim bićima, a i u našem tijelu.

### Literatura:

- [https://www.fzsri.uniri.hr/files/FAKULTET/KATEDRE/Katedra\\_temejne/Microsoft%20Word%20-%20Radioaktivnost\\_Primjena%20u%20medicini\\_povjerenstvo\\_Z.pdf](https://www.fzsri.uniri.hr/files/FAKULTET/KATEDRE/Katedra_temejne/Microsoft%20Word%20-%20Radioaktivnost_Primjena%20u%20medicini_povjerenstvo_Z.pdf)
- <https://repozitorij.pmf.unizg.hr/islandora/object/pmf%3A10229/dastream/PDF/view>
- <https://www.irb.hr/Zavodi/Zavod-za-eksperimentalnu-fiziku/Laboratorij-za-nauke-o-temeljnim-silikatima-Usluge/Odredivanje-starosti-metodom-14C>

### 3.1.3. Eliptične krivulje u kriptografiji

*Dario Vuksan*



Ovaj rad daje uvid u primjenu eliptičnih krivulja u modernoj kriptografiji za digitalno potpisivanje (ECDSA). Uvod sadrži definiciju eliptične krivulje nad poljem cijelih brojeva modulo  $p$  te intuitivno predstavlja koncept grupe, kao i geometrijsko zbrajanje točaka.

Objašnjeno je kako se iz operacije ponovnog zbrajanja prirodno dobiva skalarno množenje i zašto je nepraktičnost invertiranja množenja temelj sigurnosti ovog kriptosustava. Spomenute su generirajuće točke i razmotreni kriteriji za njihov odabir u praksi. Središnji dio posvećen je digitalnom potpisu ECDSA, od biranja privatnog i javnog ključa do stvaranja i verifikacije potpisa. Pomoću nekoliko primjera s malim brojevima i kratke demonstracije u Python kodu prikazano je kako ovakva kriptografija funkcioniра u praksi. Posebno je naglašena važnost determinističkog odabira i izbjegavanje ponovne uporabe noncea ( $k$ ). Na kraju su uspoređene standardizirane krivulje i načela "sigurnih krivulja" te različiti oblici zapisa iste krivulje, čime je dodatno istaknuta potreba za jednostavnom provjerljivosti odabranih parametara neke eliptične krivulje.

#### Literatura:

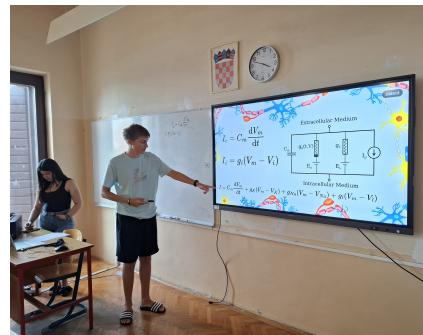
- <https://crypto.stanford.edu/~dabo/cs255/lectures/ECC.pdf>
- <https://safecurves.cr.yp.to/>
- <https://www.ams.org/journals/mcom/1987-48-177/S0025-5718-1987-0866109-S0025-5718-1987-0866109-5.pdf>

### 3.1.4. Matematika u neuroznanosti

*Lucija Fuzul i Fran Jančić*

Mozak je najsloženiji organ u našem tijelu jer upravlja svim procesima u našem tijelu, našim mislima i emocijama. Iako se čini da nemaju veze, matematika i neuroznanost zapravo su jako povezani. Znanstvenici su otkrili da se rad mozga, posebno prijenos živčanih impulsa, može opisati pomoću matematičkih modela i jednadžbi. Neuroznanost je znanost koja proučava rad živčanog sustava. Mozak je sastoji od velikog broja živčanih stanica, odnosno neurona. Neuroni se međusobno spajaju sinapsama u neuronske mreže koje svaka ima svoju funkciju u živčanom sustavu. Oni primaju, obrađuju i šalju informacije pomoću kemijskih signala i električnih impulsa. Ti impulsi nastaju zbog kretanja iona poput natrija i kalija kroz staničnu membranu kroz kanale koji ih propuštaju čime se mijenja membranski potencijal. Upravo se taj proces može objasniti pomoću matematike.

Jedan od najpoznatijih modela je Hodgkin-Huxleyev model. Znans-tvenici Hodgkin i Huxley po kojem je model i dobio ime, proučavali su akson divovske lignje i napravili su model koji pokazuje kako ioni poput natrija i kalcija prolaze kroz staničnu membranu kroz kanale koji ih propuštaju.



Model su napravili pomoću diferencijalnih jednadžbi koje opisuju kako se ti ionski kanali otvaraju i zatvaraju. Toliko je bio precizan da su znans-tvenici za njega dobili Nobelovu nagradu. Međutim, taj model je dosta složen i nije baš jednostavan za korištenje u računalnim simulacijama. Zato su se kasnije razvili jednostavniji modeli.

FitzHugh-Nagumo model je jedan od pojednostavljenih modela izведен od Hodgin-Huxleyevog modela, ali i dalje pokazuje nastajanje i širenje impulsa. Zadržava glavnu ideju Hodgkin-Huxleyevog modela, ali koristi manje varijabli i lakše se računa. Pogodan je za situacije kada želimo vidjeti kako se neuron ponaša, ali nam nisu potrebni svi biološki detalji. Ovaj model i dalje prikazuje eksplozivne odgovore na podražaj (spike), kao i oporavak. Može se koristiti za analizu stabilnosti, oscilacija i bifurkacija. Također se taj model lakše vizualizira koristeći 2D graf faznog portreta.

Još učinkovitiji je Izhikevich model jer može prikazati razna ponašanja neurona, a dovoljno je jednostavan za rad s velikim mrežama neurona, pa se koristi i u umjetnoj inteligenciji.

Imamo i Stochastic modele koji uzimaju u obzir nasumičnost jer neuroni u stvarnosti ne rade uvijek potpuno jednako. Ponekad ih male razlike u okruženju ili šumu mogu promijeniti, a ovi modeli uzimaju u obzir te promjene i tako još bolje i preciznije oponašaju rad mozga. Ti modeli su najkorisniji kada simuliramo malen broj ionskih kanala.

Iako možda ne zvuči tako, matematika je jako važna u razumijevanju rada mozga. Pomaže znanstvenicima da simuliraju neuronske mreže, istražuju bolesti i razvijaju nove tehnologije. Matematika i biologija se naizgled čine kao suprotnosti, ali zajedno otkrivaju tajne koje sami mozač skriva.

#### Literatura:

- <https://www.izhikevich.org/publications/dsn.pdf>
- <https://repozitorij.mef.unizg.hr/islandora/object/mef:7066/datastream/PDF/download>
- <https://www.youtube.com/watch?v=zOmhHE2xctw>
- <https://www.youtube.com/watch?v=gLtGVEhMFN4>
- <https://www.izhikevich.org/publications/spikes.htm>

### 3.1.5. Matematika Tinder-a

*Karlo Jokoš*

Tinder je mobilna aplikacija za online upoznavanje i spojeve koja je nastala 2012. godine. Načelo rada aplikacije vrlo je jednostavno: korisniku se prikazuje profil druge osobe, a on zatim povlači prst udesno ako mu se ta osoba sviđa ili ulijevo u suprotnom slučaju. „Match” se događa kada se oba korisnika međusobno povuku udesno.

Iza ovako jednostavnog korisničkog sučelja kriju se složeni algoritmi. Tijekom vremena Tinder je koristio dva glavna sustava za sparivanje korisnika: algoritam koji je funkcionirao od 2012. do 2019. godine i algoritam koji se koristi od 2019. do danas.

Prvi algoritam radio je na načelu ELO sustava iz šaha. Svaki korisnik imao je određeni rating, a svaki desni swipe povećavao je rating osobe koja je swipeana.



Tinder je zatim sparivao korisnike sličnog ratinga, što je značilo da su poželjni korisnici uglavnom dobivali poželjne, dok su manje poželjni ostajali zatvoreni u svom krugu. Matematički, rating se ažurirao pomoću formule u kojoj se koristila očekivana vjerojatnost da netko dobije desni swipe.

Od 2019. godine Tinder prelazi na sofisticiraniji model koji se temelji na hibridnom filtriranju. On kombinira partnersko filtriranje i kodiranje temeljeno na sadržaju. Partnersko filtriranje temelji se na sličnosti ponašanja korisnika. Primjerice, ako dva korisnika slično swipeaju profile, a jedan od njih swipea desno neki novi profil, može se očekivati da će i drugi napraviti isto. Na taj način aplikacija uči o preferencijama na temelju kolektivnog ponašanja. Kodiranje temeljeno na sadržaju ide korak dalje: svako obilježje profila, od slike do interesa i osobnih podataka, prevedi se u brojčane vrijednosti, odnosno tzv. embeddinge. Tako se podaci o korisniku pretvaraju u matematičke vektore, a sustav pomoću strojnog učenja uči kako ih međusobno uspoređivati i kombinirati.

Unatoč tehničkoj složenosti algoritama, iskustvo korištenja Tindera za mnoge ostaje negativno. Razlog tome je što aplikaciju koristi oko 75% muškaraca i samo 25% žena, pa je konkurenčija izrazito neravnomjerna. Uz to, većina korisnika biva procijenjena gotovo isključivo na temelju fotografija, što smanjuje važnost čovjekovih osobina (koji je najbitniji dio čovjeka!). Dodatni problem čine lažni i neaktivni profili, kao i činjenica da mala manjina „poželjnih“ korisnika dobiva većinu matchova, dok velika većina dobiva malo ili nimalo pažnje.

### Literatura:

- <https://www.vox.com/2019/2/7/18210998/tinder-algorithm-swiping-tips-data>
- <https://www.nist.gov/blogs/cybersecurity-insights/how-deploy-machine-learning#:text=We%20now%20describe%20two%20approaches,mechanism%20to%20aggregate%20the%20results>
- <https://www.help.tinder.com/hc/en-us/articles/7606685697037-Powering-Tinder#:text=Our%20algorithm%20doesn%20t%20track%20social>

and%20we%20love%20the%20results

- [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=4053204#:~:text=recommendations%20result%20in%20significantly%20lower,running%20simulations%20of%20the%20platform](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4053204#:~:text=recommendations%20result%20in%20significantly%20lower,running%20simulations%20of%20the%20platform)
- <https://www.vox.com/2019/2/7/18210998/tinder-algorithm-swiping-tips-dating>
- [https://www.researchgate.net/publication/355977089\\_Finding\\_Love\\_on\\_a\\_First\\_Data\\_Matching\\_Algorithms\\_in\\_Online\\_Dating#:~:text=will%20be%20well%20received,used%20for%20matching%20on%20popular](https://www.researchgate.net/publication/355977089_Finding_Love_on_a_First_Data_Matching_Algorithms_in_Online_Dating#:~:text=will%20be%20well%20received,used%20for%20matching%20on%20popular)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Elo\\_rating\\_system#:~:text=Image%3A%20r%2Fs](https://en.wikipedia.org/wiki/Elo_rating_system#:~:text=Image%3A%20r%2Fs)

## 3.2. Popularno-znanstveno predavanje

Popularno-znanstvena (PZ) predavanja već se tradicionalno održavaju na našim ljetnim kampovima i zimskim školama, pa smo tu tradiciju odlučili proširiti i na Matematičku konferenciju. Predavači na PZ predavanjima često su bivši članovi Udruge, zaposleni na fakultetu i aktivno uključeni u znanstvena istraživanja ili pak rade u industriji, primjenjujući matematiku na ponekad iznenađujuće načine. Učenici na ovakvim predavanjima imaju priliku čuti o konkretnim situacijama i problemima s kojima se susreću stručnjaci te saznati gdje sve vrhunski matematičari mogu pronaći svoje mjesto pod suncem.



Ove godine kao PZ predavača ugostili smo Josipa Pupića. Josip je bivši dopredsjednik naše Udruge, a bio je vrlo uspješan natjecatelj u srednjoj školi i tijekom studiranja. Još uvijek je aktivna u radu s nadarenim učenicima, a radno iskustvo stječe u industriji.

Na Konferenciji je održao predavanje pod naslovom *Što može i treba raditi mladi nadareni matematičar*, djelomično autobiografsko i s mnoštvom primjera iz osobnog iskustva.

### 3.2.1. Što može i treba raditi mladi nadareni matematičar

*Josip Pupić*

Ključna stvar koju nas matematika uči jest *problem solving*, snalaženje u novim tipovima problema brže i bolje od većine — to je korisna vještina na bezbroj mesta, kako u znanosti, tako i u industriji. Za ovo predavanje korišteni su podaci prikupljeni anonimnim anketiranjem 30-ak bivših natjecatelja i članova MNM-a. Iako karijere grade na potpuno različitim mjestima, većina ih smatra da je sudjelovanje na natjecanjima pozitivno utjecalo na njihovu karijeru.

Osim natjecanja, još jedna stvar koju možemo istaknuti kao bitnu za vlastiti rast i napredak su neki osobni projekti. Za njih često najviše vremena, prilika i znanja imamo tijekom studiranja. Problemi kojima se možemo baviti mogu biti više direktno primjenjivi u stvarnom svijetu od natjecateljskih zadataka, a ljepota je u tome što imamo veliku slobodu u odabiru onoga u što želimo uložiti svoje vrijeme. Iskustveno, odličan primjer kako možemo pametno uložiti svoje vrijeme je *internship*, koji je istovremeno i prilika za iskusiti rad u industriji.

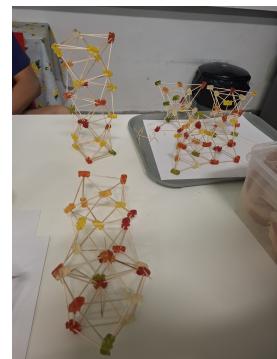
Nakon faksa dolazimo do odabira rada u industriji ili u znanosti, oboje sa svojim prednostima i manama. Osim toga, rad u industriji može se jako razlikovati i ovisno o "veličini" — zahtjevi i radna mjesta nisu isti u velikoj korporaciji, maloj korporaciji ili start-upu.

Sve ovo popraćeno je mnogim primjerima konkretnih problema i ideja (poput detekcije anomalija u vremenskim nizovima, Lozijevog preslikavanje i modeliranja sportova), kao i rezultatima ankete.

## 4. Ostale aktivnosti

Kako sudionicima Konferencije ne bi bilo dosadno, skoro svake večeri organizirali smo i neke malo drugačije aktivnosti. Prvi smo se dan svi bolje upoznali kroz team building i Escape room, otvorili Konferenciju i zagrijali za Konferenciju kroz natjecanje u procjenjivanju, *Estimathon*. Drugu večer pozabavili smo se pitanjem kako je to biti znanstvenik, a treću večer sudionici su odmjerili snage u igri Tko želi biti milijunaš. Zadnje smo večeri nažalost morali završiti i zatvoriti Konferenciju, a obje su grupe naučeno prezentirale ostalim sudionicima.

Na našim kampovima tradicionalna su aktivnost igre upoznavanja, no zbog malog broja učenika ove smo godine odlučili organizirati team building i Escape room. Na team buildingu glavni je zadatak bio sagraditi što čvršći i što viši toranj koristeći gumene bombone i čačkalice. Escape room pripremio je naš mentor Matej Vojvodić, a pokazao se kao pun pogodak i savršeno odmjerene težine.



Za sudionike smo kao razonodu i oblik zajedničkog druženja pri-premili i kviz formata Tko želi biti milijunaš. Učenike i mentore dočekala su izazovna pitanja vezana uz različita STEM područja, a svi su uspješno prošli prvi prag. Dobili smo i jednog *mili-junaša* — Zvonko Andrijević uspješno je odgovorio na svih 15 pitanja!



Kao zahvalu za izvrsnu Konferenciju i druženje, odlučili smo počastiti učenike i mentore palačinkama. Kao i prošle godine, za sudionike Konferencije ispekli smo oko 60 palačinki i time vratili pomalo zaboravljenu praksu na kampovima.



*Pohvala ekipi za sviranje i pjevanje, bilo je genijalno :)*

*Bilo je jaaaako zabavno i ekipa je stvarno bila fenomenalna! Sve aktivnosti su bile baš zanimljive i nadam se da će tako biti i sljedeće godine.*

*Team building je bio fenomenalan. Escape room je bio pre pre predobra ideja i na kraju je ispaоо baš dobre težine i mislim da smo se svi odlično zabavili tijekom njega. Građenje struktura pomoću Haribo bombončića je isto bilo zabavno, ali trebali su ih donijeti više da ih možemo jesti tijekom aktivnosti :) Estimathon je isto bio vrlo kvalitetan i sadržavao je dlačica pitanja (osim onog pitanja o mogućim pozicijama u igri Dame). Miličić mi se isto jako svidio, pitanja su možda bila mrvicu preteška te je jedva itko prešao drugi prag. Tako da bi apsolutno trebalo ponoviti ovaj format (znači pitanja iz cijelog STEM-a, ne samo matišće), ali možda s mrvicu lakšim pitanjima da više učenika može prijeći drugi prag (I also smislit način da se više igara igra odjednom kako ne bi miličić tražio do ponoći). Sve u svemu večernje aktivnosti su bile pun pogodak.*

## 5. Zahvale

Budući da je nakon čak 5 godina pauze i modifikacije formata Matematička konferencija ponovno održana tek 2023. godine, organizacija Matematičke konferencije za učenike 2025. bio je izazovan posao, ali iznimno ispunjujući. Svake godine (pa tako i ove) naišli smo na razne poteškoće koje smo uspjeli prevladati i naučiti iz svojih grešaka te tako ove godine osigurati još bolje iskustvo i prilagođeniji program. Iznimno smo zahvalni svima koji su nam u tome pomogli na bilo koji način. Ovim putem htjeli bismo zahvaliti **svima** koji su prepoznali naš rad i nesebično nam pomogli u organizaciji Matematičke konferencije! ☺

Posebno želimo zahvaliti našim domaćinima, Srednjoj školi "Braća Radić" i Učeničkom domu, koji su nam u mnogočemu izašli u susret te omogućili ugodan, poučan i siguran boravak u Kaštel Štafiliću.

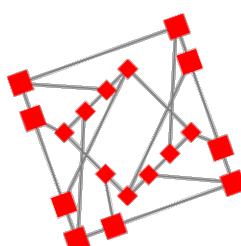
Od srca zahvaljujemo i Josipu Pupiću na održanom popularno-znanstvenom predavanju, što je zainteresirao mnoge sudionike za daljnje bavljenje matematikom te im približio svakodnevni posao matematičara.

Naravno, Konferencija ne bi bila moguća bez svih mentora koji su svojim trudom i radom svim polaznicima pružili program bogat aktivnostima i prilikama za učenje, prenijeli im svoje znanje i entuzijazam te ih, nadamo se, potaknuli na daljnje istraživanje i bavljenje matematikom.

Želimo zahvaliti i Ministarstvu znanosti i obrazovanja na finansijskoj potpori za organizaciju Matematičke konferencije i Hrvatskom matematičkom društvu, našem glavnom partneru, za vjernu pomoć u organizaciji i promociji svih naših aktivnosti, pa tako i Matematičke konferencije.



MINISTARSTVO ZNANOSTI  
I OBRAZOVANJA  
REPUBLIKE HRVATSKE



Velika zahvala ide našem sponzoru, Jane Streetu. Osim što financijski podupiru sve aktivnosti Udruge, a među njima i Matematičku konferenciju za učenike, i ovaj puta su poslali posebne nagrade za sve sudionike Konferencije.



Slijedi kratka poruka od Jane Streeta:

*Jane Street is a quantitative trading firm with offices worldwide. We hire smart, humble people who love to solve problems, build systems and test theories. You'll learn something new every day in our office — whether it's connecting with a colleague to share perspectives, or participating in a talk, class, or game night. Our success is driven by our people and we never stop improving.*

*Jane Street has a number of opportunities available for students - from multi-day educational programs to learn how we apply Mathematics and Computer Science in our everyday work, through to our global internships as well as full-time roles. Take a look at [www.janestreet.com](http://www.janestreet.com) to learn more!*

Želimo iskreno zahvaliti i ostalim ostalim donatorima i sponzorima Udruge: Stype CS, Infobip, Visage, Wiener osiguranje Vienna Insurance Group. Hvala vam što ste prepoznali važnost našeg rada te svojim donacijama podržali rad naše Udruge i Matematičke konferencije.



Za kraj, zahvaljujemo svim učenicima, roditeljima, učiteljima, profesorima i svima koji su prepoznali koliko je bitno zadržati želju za učenjem i razvijanjem znanja u STEM području. Kad vidimo nasmijana lica i zadovoljne učenike, znamo da je vrijedilo svog uloženog truda. Nadamo se u sljedećoj godini još većem odazivu i veselimo se ponovnom druženju!

## Veliko hvala svima!

## Kontakt

Više informacija o nama i našim projektima možete pronaći i na našoj web stranici: [mnm.hr](http://mnm.hr)

Ukoliko ste zainteresirani za naš rad ili bilo koji drugi oblik suradnje, slobodno nas kontaktirajte!

### Mladi nadareni matematičari "Marin Getaldić"

e-mail: [konferencija@mnm.hr](mailto:konferencija@mnm.hr)

kontakti i društvene mreže: [mnm.hr](http://mnm.hr)

Ukoliko nam želite pomoći simboličnom donacijom, uplatu možete izvršiti na sljedeći račun u Privrednoj banci Zagreb:

IBAN HR5023400091110348338

*Sve donacije iskoristit će se isključivo za financiranje naših projekata.*